

摘要

我們研究了紙折成三和五的紙層數，可以將多少個迴紋針串聯起來，並探討不同的迴紋針夾法，是否可以成功串聯以及會形成哪些不同的串法。從結果中我們推論出幾個原則：

1. 不管使用何種夾法，左右兩端迴紋針一定會串聯。
2. 當內側迴紋針 A (夾紙層數 N 層) 和左右兩端迴紋針 B (夾紙層數 M 層) 有共同夾層時:
 - (1) 當 $N < M$ 時，A 可以成功串聯 B；且若 A 夾在越外側紙層且與 B 共同夾層越少時，成功串聯機率越高。
 - (2) 當 $N = M$ 時，A 和 B 重疊。
 - (3) 當 $N > M$ 時，A 容易彈開或留在原紙層上。

我們也發現有四種夾法可以推論 n 層或 m 個迴紋針：

1. (34-2a) 的夾法可延伸至 n 層 4 針 ($n \geq 3$ ，且為奇數)，紙拉開後為一條龍串法。
2. (34-1a) 的夾法可延伸至紙折 3 層 m 個迴紋針 ($m \geq 4$ ，且為偶數)，紙拉開後為人字形串法。
3. (34-3a) 的夾法可延伸至紙折 n 層 m 個迴紋針 ($n \geq 3$ ，且為奇數； $m \geq 4$ ，且為偶數)，紙拉開後為蝴蝶形串法。
4. (33-1a) 的之字型夾法可以推論紙 n 層，至少可以夾(n-1)個迴紋針，紙拉開後為一條龍串法。

壹、研究動機

在下課時間，有位同學表演個魔術給我們看，他將一張白紙彎摺為Z形，再將二根迴紋針分別夾進紙張中。第一根夾住前面二層紙，第二根夾住後面二層，然後將白紙往二旁拉開，在拉開的過程，迴紋針會逐漸靠近，最後彈跳開來，結果二根迴紋針竟然自動串接起來了，真是太神奇了！我們感到很納悶，因此我們找了幾位想要一探究竟的同學，進行相關研究，以發現影響迴紋針串接的可能方法。

貳、研究目的

研究一：魔術師的表演：兩個迴紋針是如何串在一起

研究二：紙折三層，迴紋針可以串聯的個數

子題 1、紙三層，串 3 個迴紋針

子題 2、紙三層，串 4 個迴紋針

子題 3、紙三層，串 5 個迴紋針

子題 4、紙三層，串 6 個迴紋針

研究三：紙折五層，迴紋針可以串聯的個數

子題 1、紙五層，串 3 個迴紋針

子題 2、紙五層，串 4 個迴紋針

研究四：紙折 n 層，如何串 $n-1$ 個迴紋針

參、研究設備及器材

迴紋針、A4 影印紙、透明塑膠、防水海報紙。

肆、研究過程

研究一、魔術師的表演：兩個迴紋針是如何串在一起

一、迴紋針的夾法

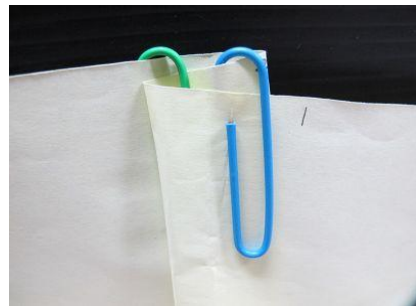
1.成功串聯迴紋針的夾法：

兩個迴紋針要分別夾住紙層的外兩層。(右圖)

【討論】在拉動過程中注意事項：

(1)兩個迴紋針要同時移動，較容易串聯。

(2)迴紋針彼此的距離不可以間隔太遠。



2.迴紋針夾的方向：

迴紋針的內圈朝前(右圖左迴紋針)或朝後(右圖右迴紋針)，並不影響串聯的結果。



二、兩個迴紋針是如何串在一起

以下為圖解兩個迴紋針在拉動的過程中，是如何串在一起：



原本是兩個平行的迴紋針，往左右兩邊拉開，施力要相同。


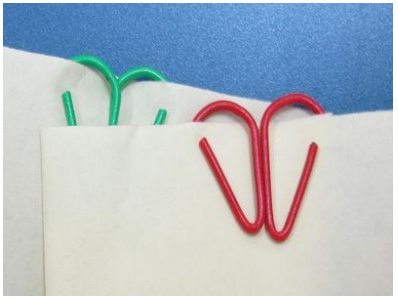


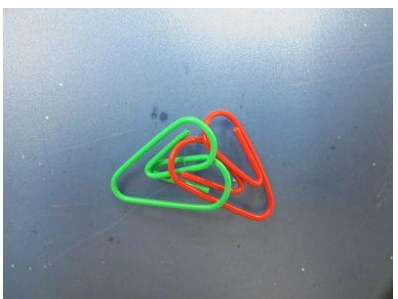



把紙拉到迴紋針本身微微被拉開，發出聲音，兩個迴紋針重疊。



兩個迴紋針會再發出聲音，迴紋針變成一直線，往外彈開，串在一起。

三、迴紋針的形狀是否可以成功串聯

| 形狀 | 三角形 | 心形 | 飛鼠 |
|----|--|---|--|
| 夾法 |  |  |  |
| 結果 |  |  |  |
| 討論 | 成功串聯 和橢圓迴紋針結果一樣，迴紋針會串聯。 | 成功串聯 紙張不易拉動且拉動過程中，紙容易破掉且心型迴紋針易變形。 | 無法串聯 紙張不易拉動且拉動過程中紙容易破掉。 |

四、紙的材質

我們嘗試了 A4 影印紙、透明塑膠和防水海報紙，發現防水海報紙容易拉動迴紋針且拉動過程中不容易破裂，但防水海報紙使用次數過多後會有折痕，且會開始裂開，所以一段時間之後就要更新。

研究二：紙折三層，迴紋針可以串聯的個數

子題 1：紙三層，串 3 個迴紋針

從以上的玩法，我們分析紙的摺數、迴紋針的夾法和迴紋針的數量都可能是影響迴紋針

可以成功串聯的因素，因此我們將上述因素組合起來討論和實驗如何成功串聯更多迴紋針。

將折好兩折的紙張共有三層，由後往前依序編號為 a~c，根據子題一最左邊的迴紋針**①**要夾紙層 bc，最右邊的迴紋針**③**要夾紙層 ac，中間迴紋針**②**的紙層夾法和結果如下表所示：

| 迴紋針 | 左迴紋針 ① | | 右迴紋針 ③ | | 中間迴紋針的夾法 ② | | | | | | |
|------|---------------|---------------|--|--|--|---|---|---------|--|--|--|
| | 左迴紋針 ① | 右迴紋針 ③ | (33-1a) | (33-1b) | (33-1c) | (33-2a) | (33-2b) | (33-2c) | (33-3a) | | |
| 夾法 | | | | | | | | 無法夾 | | | |
| 紙層編號 | a | ✓ | | | ② | | ② | | ② | | |
| | b | ✓ | ✓ | ② | | ② | ② | | ② | | |
| | c | | ✓ | ② | | ② | | | ② | | |
| 結果 | | | ② 向 ③ 靠近串聯，再往 ① 靠近串聯。 ②-③-① | ② 向 ① 靠近串聯，再往 ③ 靠近串聯。 ②-①-③ | ② 向 ① 靠近串聯，再往 ③ 靠近串聯。 ②-①-③ | ② 向 ③ 靠近重疊，再往 ① 靠近串聯。 ①/②③ | ② 向 ① 靠近重疊，再往 ③ 靠近串聯。 ③/①② | | ② 有時往 ③ 靠近，有時往 ① 靠近，結果不一定，但 ①③ 可以串聯。 | | |

註：「✓」表示迴紋針夾的紙層

【討論一】

- 六種不同的夾法出現兩種迴紋針的串聯方式，一種是迴紋針一個接一個，全部串成一串，我們將迴紋針這樣串聯的情形，命名為「一條龍」；另一種是兩個迴紋針會先疊在一起，再和另一個迴紋針串聯，我們將迴紋針這樣串聯的情形，命名為「人字形」。
- 不管使用何種夾法，迴紋針**①**和迴紋針**③**一定會串聯。
- 當迴紋針**②**單獨夾住一層紙層時，夾在越外側紙層的迴紋針夾法較容易成功串聯。
- 當迴紋針**②**夾住的紙層和迴紋針**①**或**③**完全相同時，會產生迴紋針**①②**或迴紋針**②③**先重疊的情形。

5. 當迴紋針**2**夾住全部紙層時，迴紋針會出現彈開或是留在紙層上的情形。

子題2：紙三層，串4個迴紋針

下表為當紙折成三層，串4個迴紋針時所有可能的夾法以及拉動紙後的迴紋針串法。

| 迴紋針 | 左迴紋針 1 | 右迴紋針 4 | 中間迴紋針的編號由左至右為 2 3 | | | | |
|-----|------------------|------------------|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |
| 夾法 | | | (34-1a) | (324-1b) | (34-1c) | (34-2a) | (34-2b) |
| 結果 | | | 2 3 靠近重疊，往 1 靠近串聯，再往 4 靠近串聯。 4-1/2 3 | 2 3 靠近重疊，串聯 1 或 4 ，結果不一定，但 1 3 可以串聯。 | 2 3 靠近重疊，往 4 靠近串聯，再往 1 靠近串聯。 1-4/2 3 | 2 往 1 靠近串聯， 3 往 4 靠近串聯， 1 4 再靠近串聯。 3-4-1-2 | 3 往 1 靠近串聯， 2 往 4 靠近串聯， 1 4 再靠近串聯。 2-4-1-3 |
| 夾法 | | | (34-2c) | (34-2d) | (34-2e) | (34-2f) | B紙層上的迴紋針 2 或 3 有時往 1 靠近，有時往 4 靠近，結果不一定。 |
| 結果 | | | 1 4 可以串聯。 | 1 4 可以串聯。 | 1 4 可以串聯。 | 1 4 可以串聯。 | |
| 夾法 | | | (34-3a) | (34-3b) | (34-3c) | | |
| 結果 | | | 1 2 靠近重疊， 3 4 靠近重疊，兩組再靠近串聯。 1 2/3 4 | 1 往 2 靠近串聯， 4 往 3 靠近串聯，兩組再靠近串聯。 2-1-4-3 | 1 往 2 靠近， 4 往 3 靠近，結果不一定，但 1 4 可以串聯。 | | |

【討論二】

1. 十二種不同的夾法出現三種迴紋針的串聯方式，除了之前出現過的「一條龍」和「人字形」串法外，還出現了兩個迴紋針重疊後再和兩個迴紋針串聯的情形，我們將迴紋針這樣串聯的情形，命名為「蝴蝶形」串法。
2. 不管使用何種夾法，迴紋針**①**和迴紋針**④**都可以串聯。
3. 拉動時接近的兩個迴紋針若是夾住共同的紙層，且共同紙層數為一層時，迴紋針會產生串聯的情形。
4. 當迴紋針**②**和**③**單獨夾住一層紙層時，夾在越外側紙層的迴紋針較容易成功串聯。
5. 拉動時接近的兩個迴紋針若是夾住完全相同的紙層時，會產生迴紋針重疊的情形。
6. 當迴紋針**②**或**③**夾住的紙層大於迴紋針**①**和**④**時，迴紋針會出現彈開或是留在紙層上的情形。

【各串法拉動過程如下圖】：

❖ (34-1a)

| | | |
|--|--|--|
|  |  |  |
| <p>②③靠近重疊，往①靠近。</p> | <p>②③串聯①，①再和④靠近串聯。</p> | <p>結果形成人字型串法： ④-①/②③</p> |

❖ (34-2a)

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| <p>②往①靠近；③往④靠近。</p> | <p>①②串聯，④③串聯，①④串聯。</p> | <p>結果形成一條龍串法： ①-②-③-④</p> |




❖ (34-3a)

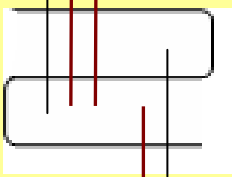
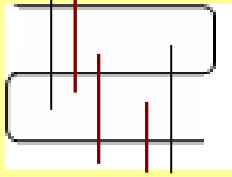
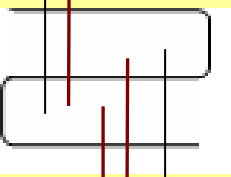
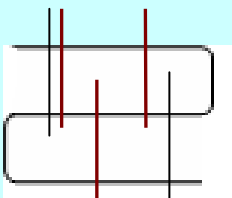

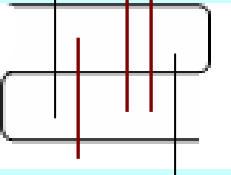
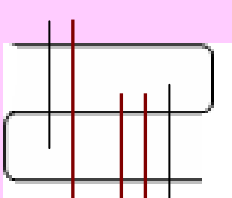
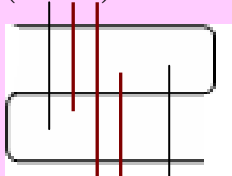
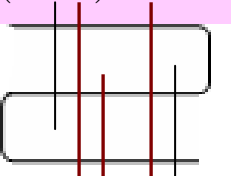
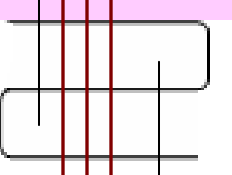
| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| ❶❷靠近重疊，❸❹靠近重疊。 | 兩組再靠近串聯。 | 結果形成串法：❶❷/❸❹ |

❖ (34-3c)

| | | |
|--|--|--|
|  |  |  |
| ❹往❸❷靠近。 | ❶❷❹靠近串聯，❸彈開。 | 結果形成串法：❸，❹/❶❷ |

子題 3：紙三層，串 5 個迴紋針

| 迴紋針 | 左迴紋針 | 右迴紋針 | 中間迴紋針的編號由左至右為❷❸❹ | | |
|-----|--|--|---|--|--|
| | ❶ | ❺ | | | |
| 夾法 | (35-1a)  | (35-1b)  | (35-1c)  | | |
| 結果 | ❶❷靠近串聯， ❹❺靠近串聯，兩組再和❸靠近串聯。 ❷-❶/❸/❺-❹ | ❶❷靠近串聯， ❸❹靠近重疊串聯❺，兩組再靠近串聯。 ❷-❶-❺/❸❹ | ❷❸靠近重疊串聯❶， ❹❺靠近串聯，兩組再靠近串聯。 ❹-❺-❶/❷❸ | | |

| | | | | |
|-----|---|---|--|---|
| 夾 法 | <p>(35-21a)</p>  | <p>(35-21b)</p>  | <p>(35-21c)</p>  | |
| 結 果 | <p>①②③靠近重疊，④⑤靠近串聯，兩組再靠近串聯。</p> <p>④-⑤/②①③</p> | <p>①②靠近重疊，④⑤靠近串聯，兩組再靠近③串聯。</p> <p>③/②①/⑤-④</p> | <p>①②靠近重疊，④⑤靠近重疊串聯③，兩組再靠近串聯。</p> <p>③/⑤④/②①</p> | |
| 夾 法 | <p>(35-2a)</p>  | <p>(35-2b)</p>  | <p>(35-2c)</p>  | |
| 結 果 | <p>①②靠近重疊，③⑤靠近重疊，全部集中於④，結果不一定，但①⑤可以串聯。(③⑤串聯過程中受到④干擾，迴紋針容易打結)</p> | <p>①②③靠近重疊，④⑤靠近重疊，兩組再靠近串聯。</p> <p>⑤④/③②①</p> | <p>①②靠近串聯，③④靠近重疊串聯⑤，兩組再靠近串聯。</p> <p>②-①-⑤/④③</p> | |
| 夾 法 | <p>(35-23a)</p>  | <p>(35-23b)</p>  | <p>(35-23c)</p>  | <p>(35-3)</p>  |
| 結 果 | <p>③④⑤靠近重疊，靠近①串聯，②彈開或留在紙層上。</p> <p>①/⑤④③，②</p> | <p>①②靠近重疊，④⑤靠近重疊，③彈開或留在紙層上。</p> <p>①②/⑤④，③</p> | <p>①⑤③靠近串聯，②④彈開或留在紙層上。</p> <p>⑤-①-③，②，④</p> | <p>①⑤靠近串聯，②③④彈開或留在紙層上。</p> <p>①⑤，②，③，④</p> |

【討論三】

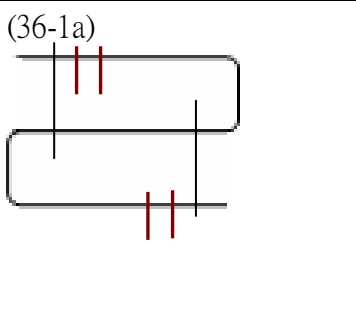
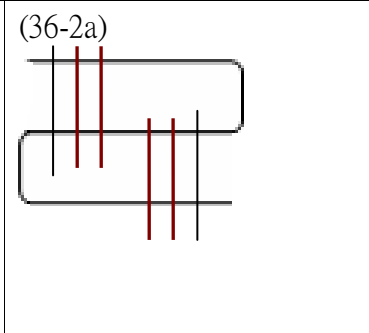
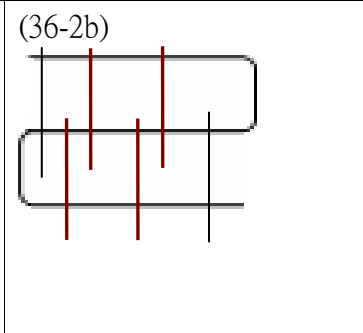
1. 不管使用何種夾法，迴紋針**①**和迴紋針**⑤**都可以串聯。
2. 拉動時接近的兩個迴紋針若是夾住共同的紙層，且共同紙層數為一層時，迴紋針會產生串聯的情形。
3. 當迴紋針**②③④**夾的紙層數越少，且夾在越外側紙層時，迴紋針較容易成功串聯。
4. 拉動時接近的兩個迴紋針若是夾住完全相同的紙層時，會產生迴紋針重疊的情形。
5. 當迴紋針**②③④**夾住的紙層大於迴紋針**①**和**⑤**時，迴紋針會出現彈開或是留在紙層上的情形。

子題4：紙三層，串6個迴紋針

根據子題3操作的結果，我們認為：

1. 不管使用何種夾法，左右兩側迴紋針都可以串聯。
2. 中間的迴紋針夾的紙層數越少，且夾在越外側紙層時，迴紋針較容易成功串聯。
3. 因此如果要成功串連6個迴紋針，中間的迴紋針要夾越外側且所夾的紙層數越少越好。

所此我們將串聯方式縮減如下：

| 迴紋針 | 左迴紋針 ① | 右迴紋針 ⑥ | 中間迴紋針的編號由左至右為 ②③④⑤ | | | |
|-----|-----------|-----------|--|---|--|--|
| 夾法 | | | (36-1a)  | (36-2a)  | (36-2b)  | |
| 結果 | | | ②③ 靠近重疊，再串聯 ① ， ④⑤ 靠近重疊，再串聯 ⑥ ，兩組靠近， ①⑥ 串聯。 ②③ / ①-⑥ / ④⑤ | ①②③ 靠近重疊， ④⑤⑥ 靠近重疊，兩組靠近串聯。 ①②③ / ④⑤⑥ | 不易拉動，拉動後會形成多種串法。 | |

【討論四】

1. 不管使用何種夾法，左右兩端迴紋針一定會串聯。

2.當內側迴紋針 A（夾紙層數 N 層）和左右兩端迴紋針 B（夾紙層數 M 層）有共同夾層時

- (1) 當 $N < M$ 時，A 可以成功串聯 B；且若 A 夾在越外側紙層且與 B 共同夾層越少時，成功串聯機率越高。
- (2) 當 $N = M$ 時，A 和 B 重疊。
- (3) 當 $N > M$ 時，A 容易彈開或留在原紙層上。

研究三：紙折五層，迴紋針可以串聯的個數

子題 1、紙五層，串 3 個迴紋針

將折好四折的紙張共有五層，由後往前依序編號為 a~e，最左邊的迴紋針 ❶ 要夾 bcde，最右邊的迴紋針 ❸ 要夾 abcd，中間迴紋針 ❷ 的夾法和結果如下表所示：

| 迴紋針 | 左 | 右 | 中間迴紋針的夾法 ❷ | | | | |
|-----|-------|-------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|-----------------------------------|
| | 迴紋針 ❶ | 迴紋針 ❸ | | | | | |
| 夾法 | | | (53-1a) | (53-1b) | (53-1c) | (53-1d) | (53-1e) |
| | | | | | | | |
| 結果 | | | ❸向❷靠近串聯，再往❶靠近串聯。 ❷-❸-❶ | ❸向❷靠近串聯，再往❶靠近串聯。 ❷-❶-❸ | ❶向❸靠近串聯，❷留在紙層上。 ❶-❸，❷ | ❸向❷靠近串聯，再往❶靠近串聯。 ❷-❸-❶ | ❷向❶靠近串聯，再往❸靠近串聯。 ❷-❶-❸ |
| 夾法 | | | (53-2a) | (53-2b) | (53-2c) | (53-2d) | 拉動時因為距離較長，常發生迴紋針重疊的現象，容易誤判為人字形串法。 |
| | | | | | | | |
| 結果 | | | ❸向❷靠近串聯，再往❶靠近串聯。 ❷-❸-❶ | ❶向❷靠近串聯，再往❸靠近串聯。 ❷-❶-❸ | ❶向❷靠近串聯，再往❸靠近串聯。 ❷-❶-❸ | ❶向❷靠近串聯，再往❸靠近串聯。 ❶-❸-❷ | |

| | | | | |
|----|---------------------------|--------------------------|------------------------------|-----------------------------------|
| 夾法 | (53-3a) | (53-3b) | (53-3c) | 拉動時因為距離較長，常發生迴紋針重疊的現象，容易誤判為人字形串法。 |
| 結果 | ③向②靠近串聯，再往①靠近串聯。 ②-①-③ | ③①向②靠近串聯。 ②-①-③ | ①向②靠近串聯，再往③靠近串聯。 ②-①-③ | |
| 夾法 | (53-4a) | (53-4b) | (53-5c) | |
| 結果 | ③向②靠近重疊，再往①靠近串聯。 ①/②③ | ①向②靠近重疊，再往③靠近串聯。 ③/②① | ①⑤靠近串聯，②③④彈開或留在紙層上。 ①-③，② | |

【討論五】

1. 不管使用何種夾法，左右兩端迴紋針一定會串聯。
2. 當內側迴紋針 A（夾紙層數 N 層）和左右兩端迴紋針 B（夾紙層數 M 層）有共同夾層時
 - (1) 當 $N < M$ 時，A 可以成功串聯 B；且若 A 夾在越外側紙層且與 B 共同夾層越少時，成功串聯機率越高。
 - (2) 當 $N = M$ 時，A 和 B 重疊。
 - (3) 當 $N > M$ 時，A 容易彈開或留在原紙層上。
3. 拉動時因為距離較長，常發生迴紋針重疊的現象，容易誤判為人字形串法。

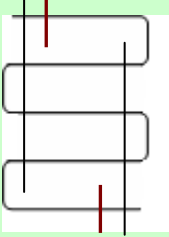
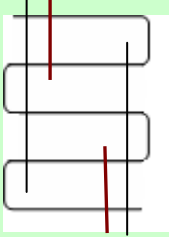
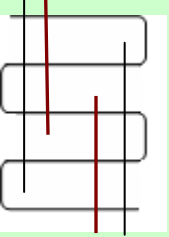
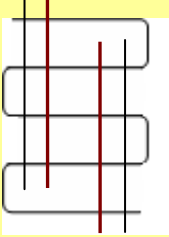
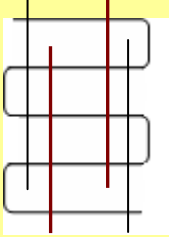
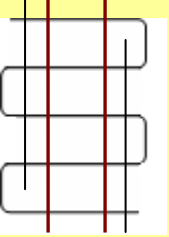
子題 2、紙五層，串 4 個迴紋針

根據子題 1 操作的結果，我們認為：

1. 不管使用何種夾法，左右兩側迴紋針都可以串聯。
2. 中間的迴紋針夾的紙層數越少，且夾在越外側紙層時，迴紋針較容易成功串聯。

因此如果要成功串聯 4 個迴紋針，中間的迴紋針要夾越外側且所夾的紙層數越少越

好，所以我們將串聯方式縮減如下：

| 迴紋針 | 左迴紋針 ① | 右迴紋針 ⑥ | 中間迴紋針的編號由左至右為 ②③④⑤ | | |
|-----|---|-----------|--|--|---|
| 夾法 | (54-1a)  | | (54-2a)  | | (54-3a)  |
| 結果 | ①② 靠近串聯， ③④ 靠近串聯，兩組靠近串聯。 ②-①-④-③ | | ①② 靠近串聯， ③④ 靠近串聯，兩組靠近串聯。 ②-①-④-③ 拉動時因為距離較長，常發生迴紋針重疊的現象，容易誤判為人字形串聯法。 | | 結果不一定，但 ①④ 可以串聯。 |
| 夾法 | (54-4a)  | | (54-4b)  | | (54-5a)  |
| 結果 | ①② 靠近重疊， ③④ 靠近重疊，兩組靠近串聯。 ①②/③④ | | 結果不一定，但 ①④ 可以串聯。 | | ①④ 靠近串聯， ②③ 彈開或留在紙層上。 ①-④，②，③ |

【綜合討論】

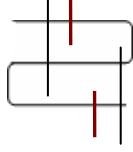
我們可以從【研究一】和【研究二】發現：

1. 不管使用何種夾法，左右兩端迴紋針一定會串聯。

- 2.當內側迴紋針 A（夾紙層數 N 層）和左右兩端迴紋針 B（夾紙層數 M 層）有共同夾層
 - (1)當 $N < M$ 時，A 可以成功串聯 B；且若 A 夾在越外側紙層且與 B 共同夾層越少時，成功串聯機率越高。
 - (2)當 $N = M$ 時，A 和 B 重疊。
 - (3)當 $N > M$ 時，A 容易彈開或留在原紙層上。
- 3.當內側迴紋針在中間紙層時，容易受到人為拉力大小不平均而有往左或往右的情形，容易造成迴紋針串聯結果不穩定。
- 4.當內側迴紋針在串聯過程中受到其他迴紋針阻斷路線干擾，容易造成迴紋針打結情形。
5. 當紙的折數越多時，拉動時因為距離較長，常發生迴紋針重疊的現象，容易將原本一條龍的串聯法誤判為人字形串法。
- 6.我們發現有三種夾法可以推論 n 層或 m 個迴紋針：
 - (1) (34-2a)的夾法可延伸至 n 層 4 針（ $n \geq 3$ ，且為奇數），紙拉開後為一條龍串法。
 - (2) (34-1a) 的夾法可延伸至紙折 3 層 m 個迴紋針（ $m \geq 4$ ，且為偶數），紙拉開後為人字形串法。
 - (3) (34-3a) 的夾法可延伸至紙折 n 層 m 個迴紋針（ $n \geq 3$ ，且為奇數； $m \geq 4$ ，且為偶數），紙拉開後為蝴蝶形串法。

【各種夾法拉動過程如下圖】

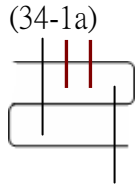
❖推論一： (34-2a)



此夾法可延伸至 n 層 4 針 ($n \geq 3$, 且為奇數), 紙拉開後為一條龍串法。延伸夾法如下圖所示：

| | | | |
|------------------------|------------------------|--------------------|----------------------------|
| <p>(54-1a)五折 4 針夾法</p> | <p>❷❶靠近串聯, ❸❹靠近串聯。</p> | <p>兩組靠近, ❶❹串聯。</p> | <p>結果形成串法： ❷-❶-❹-❸</p> |
| <p>七折 4 針夾法</p> | <p>❷❶靠近串聯, ❸❹靠近串聯。</p> | <p>兩組靠近, ❶❹串聯。</p> | <p>結果形成串法： ❷-❶-❹-❸</p> |

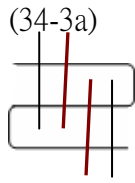
❖推論二：



此夾法可延伸至紙折3層 m 個迴紋針 ($m \geq 4$, 且為偶數), 紙拉開後為人字形串法。延伸夾法如下圖所示：

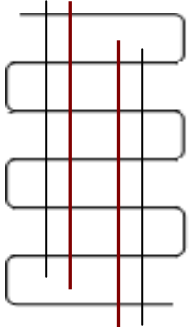


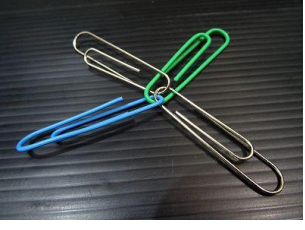
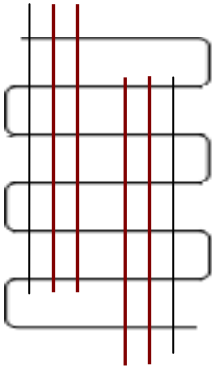
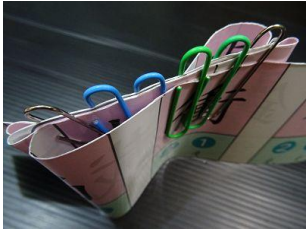

| | | | |
|----------------------|-------------------------------------|-------------------|--------------------------------|
| <p>(36-1a)三折6針夾法</p> | | | |
| | <p>②③靠近重疊和①靠近串聯；④⑤靠近重疊和⑥靠近串聯。</p> | <p>迴紋針①⑥靠近串聯。</p> | <p>結果形成串法： ②③/①-⑥/④⑤</p> |
| <p>三折8針夾法</p> | | | |
| | <p>②③④靠近重疊和①靠近串聯；⑤⑥⑦靠近重疊和⑧靠近串聯。</p> | <p>迴紋針①⑧靠近串聯。</p> | <p>結果形成串法： ②③④/①-⑧/⑤⑥⑦</p> |

❖推論三：



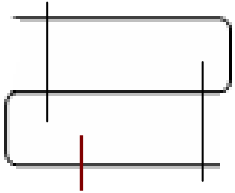
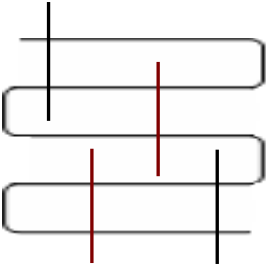
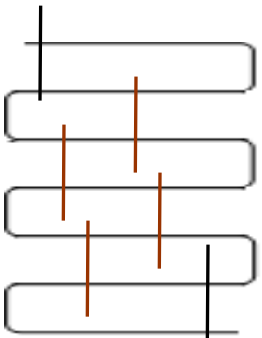
(34-3a) 的夾法可延伸至紙折 n 層 m 個迴紋針 ($n \geq 3$, 且為奇數; $m \geq 4$, 且為偶數), 紙拉開後為蝴蝶形串法。延伸夾法如下圖所示:

| | | | |
|------------------------|------------------------------|----------------|----------------------------|
| <p>(36-2a)三折 6 針夾法</p> | | | |
| | <p>①②③靠近重疊， ④⑤⑥靠近重疊。</p> | <p>兩組靠近串聯。</p> | <p>結果形成串法： ①②③/④⑤⑥</p> |
| <p>(54-4a)五折 4 針夾法</p> | | | |
| | <p>①②靠近重疊，③④靠近重疊。</p> | <p>兩組靠近串聯。</p> | <p>結果形成串法： ①②/③④</p> |
| <p>五折 6 針夾法</p> | | | |
| | <p>①②③靠近重疊， ④⑤⑥靠近重疊。</p> | <p>兩組靠近串聯。</p> | <p>結果形成串法： ①②③/④⑤⑥</p> |

| | | | |
|--|--|---|--|
| <p>七折 4 針夾法</p>  |  <p>①②靠近重疊，③④靠近重疊。</p> |  <p>兩組靠近串聯。</p> |  <p>結果形成串法： ①②/③④</p> |
| <p>七折 6 針夾法</p>  |  <p>①②③靠近重疊， ④⑤⑥靠近重疊。</p> |  <p>兩組靠近串聯。</p> |  <p>結果形成串法： ①②③/④⑤⑥</p> |

研究四：紙折 n 層，如何串 n-1 個迴紋針

(33-1a)的之字型夾法可以推論紙 n 層，至少可以夾(n-1)個迴紋針，紙拉開後為一條龍串法。

| | | | |
|------------|---|--|---|
| <p>夾 法</p> |  |  |  |
| <p>結 果</p> | <p>②③靠近串聯，再靠近串聯①。 ②-③-①</p> | <p>①②③④往中間集中，靠近串聯。 ④-②-③-①</p> | <p>①②③④⑤⑥往中間集中，靠近串聯。 ⑥-⑤-④-②-③-①</p> |

拉動過程如下圖：

| | | |
|--|--|--|
|  |  |  |
| <p>①②往中間移動，③④往兩側移動。</p> | <p>紙層形成四個圈圈，①②③④往中間集中，靠近串聯。</p> | <p>結果形成一條龍串法： ④-②-③-①</p> |
|  |  |  |
| <p>②③④⑤往中間移動，①⑥往兩側移動。</p> | <p>紙層形成四個圈圈，①②③④⑤⑥往中間集中，靠近串聯。</p> | <p>結果形成一條龍串法： ⑥-⑤-④-②-③-①</p> |

伍、研究結果

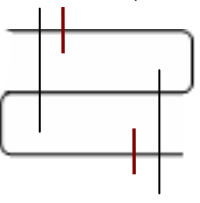

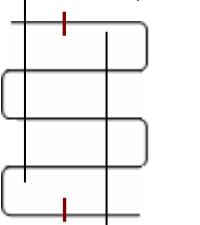

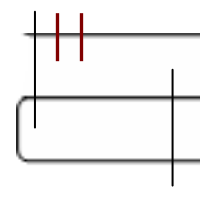

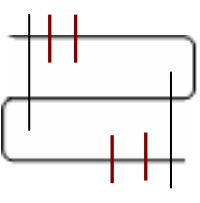

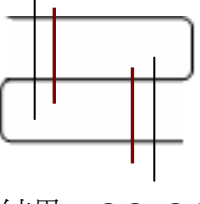

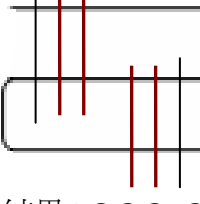

我們研究了紙折成三和五的紙層數，可以將多少個迴紋針串聯起來，並探討不同的迴紋針夾法，是否可以成功串聯以及會形成哪些不同的串法。從結果中我們推論出幾個原則：

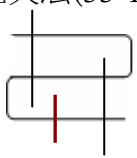

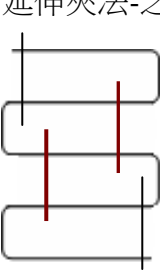

- 一、不管使用何種夾法，左右兩端迴紋針一定會串聯。
- 二、當內側迴紋針 A（夾紙層數 N 層）和左右兩端迴紋針 B（夾紙層數 M 層）有共同夾層時：
 - 1.當 $N < M$ 時，A 可以成功串聯 B；且 A 夾在越外側紙層且與 B 共同夾層越少時，成功串聯機率越高。
 - 2.當 $N = M$ 時，A 和 B 重疊。
 - 3.當 $N > M$ 時，A 容易彈開或留在原紙層上。

三、我們也發現有四種夾法可以推論 n 層或 m 個迴紋針：

- 1.(34-2a)的夾法可延伸至 n 層 4 針 ($n \geq 3$ ，且為奇數)，紙拉開後為一條龍串法。
- 2.(34-1a) 的夾法可延伸至紙折 3 層 m 個迴紋針 ($m \geq 4$ ，且為偶數)，紙拉開後為人字形串法。
- 3.(34-3a) 的夾法可延伸至紙折 n 層 m 個迴紋針 ($n \geq 3$ ，且為奇數； $m \geq 4$ ，且為偶數)，紙拉開後為蝴蝶形串法。
- 4.(33-1a)的之字型夾法可以推論紙 n 層，至少可以夾(n-1)個迴紋針，紙拉開後為一條龍串法。

四、各種延伸夾法的如下圖所示：

| | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| 一條龍串法 | <p>原始夾法(34-2a)</p>  <p>結果：○-○-○-○</p> |  | <p>延伸夾法(54-1a)</p>  <p>結果：○-○-○-○</p> |  |
| 人字形串法 | <p>原始夾法(34-1a)</p>  <p>結果：○-○/○○</p> |  | <p>延伸夾法(36-1a)</p>  <p>結果：○○/○-○/○○</p> |  |
| 蝴蝶形串法 | <p>原始夾法(34-3a)</p>  <p>結果：○○/○○</p> |  | <p>延伸夾法(36-2a)</p>  <p>結果：○○○/○○○</p> |  |

| | | | | |
|-------------|--|---|---|---|
| 之 字 形 | <p>原始夾法(33-1a)</p>  |  | <p>延伸夾法-之字形</p>  <p>結果：○-○-○-○</p> |  |
|-------------|--|---|---|---|

陸、參考資料與其他

NTCU 科學遊戲實驗室:串燒迴紋針。網址:<http://scigame.ntcu.edu.tw/paper/paper-022.html>

(2014.10.3)